

# PARADOSSO DEL BARBIERE

Il famoso paradosso del barbiere fu proposto da Bertrand Russell.  
Se un barbiere espone in vetrina un cartello simile,

**RADO TUTTI E SOLO GLI UOMINI DELLA CITTÀ  
CHE NON RADONO SE STESSI.**

**CHI RADE IL BARBIERE?**

# PARADOSSO DEL BARBIERE

**SOLUZIONE  
È INDECIDIBILE!**

Se egli rade se stesso, allora appartiene all'insieme degli uomini che radono se stessi. Ma il cartello dice che egli non rade mai uno che appartenga a questo insieme, quindi non può radere se stesso.

Se qualcun altro rade il barbiere, allora questi è uno che non rade se stesso. Ma il suo cartello dice che egli rade tutti gli uomini che non radono se stessi, quindi nessun altro può radere il barbiere.

**Si direbbe che nessuno possa radere il barbiere!**

Bertrand Russell inventò il paradosso del barbiere per rappresentare un famoso paradosso da lui scoperto a proposito degli insiemi.

In alcuni casi si giunge a insiemi che dovrebbero essere elementi di se stessi; l'insieme di tutte le cose che non sono mele, per esempio, non potrebbe essere una mela, quindi deve essere un elemento di se stesso.

Consideriamo ora l'insieme di tutti gli insiemi che non sono elementi di se stessi: *questo insieme è un elemento di se stesso?*

In qualsiasi modo rispondiate, cadete sicuramente in contraddizione. Questo paradosso è il protagonista di una delle più drammatiche svolte della storia della logica.

Gottlob Frege, un famoso logico tedesco, aveva completato il secondo volume dell'opera a cui aveva dedicato l'intera vita, **I fondamenti dell'aritmetica**, nella quale riteneva di aver sviluppato una teoria coerente degli insiemi che avrebbe dovuto servire da fondamento a tutta la matematica.

Il volume era alle stampe quando, nel 1902, Frege ricevette una lettera in cui Russell gli parlava del paradosso. La teoria degli insiemi di Frege

permetteva la formazione dell'insieme di tutti gli insiemi che non sono elementi di se stessi e, come la lettera di Russell chiariva, questo insieme apparentemente ben formato è auto-contraddittorio.

**Frege ebbe appena il tempo** di inserire nel suo libro una breve appendice che inizia: *«È difficile che uno scienziato possa incontrare qualcosa di più indesiderabile del veder crollare le fondamenta appena terminato il proprio lavoro. Io sono stato posto in questa condizione da una lettera del sig. Bertrand Russell...»*. Qualcuno ha rilevato che l'uso, da parte di Frege, della parola «indesiderabile» è il più grosso eufemismo di tutta la storia della matematica.

**Una via per uscire dal dilemma** consiste nel decidere che la descrizione «l'insieme di tutti gli insiemi che non contengono se stessi» non definisce un insieme.

**Una soluzione decisamente più radicale** sarebbe sostenere che nella teoria degli insiemi non è ammesso alcun insieme che sia elemento di se stesso.